

## Лабораторная работа № 73

### Проверка соотношений неопределённостей для фотонов

**Цель работы:** ознакомиться со свойствами квантовых объектов; проверить соотношения неопределённостей для фотонов, исследуя дифракцию света на щели.

#### I. Приборы и принадлежности

1. Гелий-неоновый лазер ЛГН-207 с длиной волны  $\lambda = 632,8$  нм или полупроводниковый лазер с длиной волны  $\lambda = 680$  нм.
2. Рейтер с закреплённой на нём щелью регулируемой ширины.
3. Экран.
4. Оптическая скамья.
5. Измерительная линейка.

#### II. Подготовка к работе

1. Изучить теорию по настоящему пособию, учебникам и лекциям.
2. Изучить описание данной работы, зарисовать схему установки, заготовить таблицы, записать рабочие формулы.
3. Проверить свою подготовку, ответив на вопросы для допуска к работе.

#### Основная литература

1. Настоящее методическое пособие.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1997.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 3. – М., 1982, § 18, 19, 20.

#### Дополнительная литература

4. Матвеев А.Н. Атомная физика. – М., 1989, гл. 1, § 4.
5. Тюшев А.Н. Курс лекций по физике. Часть 5. Квантовая физика: Учеб. пособие. Лекции № 5, 6. – Новосибирск: СГГА, 2003.

#### III. Вопросы для допуска к работе

1. Охарактеризовать особенности квантовых частиц.
2. Как и с какой точностью квантовая теория предсказывает положение квантовой частицы (электрона, фотона) в пространстве?
3. Как импульс квантовой частицы связан с её длиной волны?
4. Почему при увеличении точности предсказания положения микрочастицы уменьшается точность предсказания её импульса?
5. Сформулируйте соотношение неопределённостей.
6. Как в данной работе находится неопределённость положения фотона  $\Delta x$ , неопределённость его импульса  $\Delta p_x$ ?

## IV. Краткое теоретическое введение

### Свойства квантовых частиц

В классической физике мы имеем дело с двумя типами представлений об объектах, моделях объектов – частицами и волнами (полями), осуществляющими взаимодействие между частицами. В квантовой физике эта двойственность имеет другой характер: «частицы» и «волны» рассматриваются как различные проявления свойств одного и того же объекта. При этом и сами понятия – частица и волна – изменяют свой смысл.

Квантовые объекты, рассматриваемые в данной работе – фотоны. При взаимодействии с регистрирующими приборами (с фотоэлементом – для фотонов, со счётчиком заряженных частиц – для электронов) квантовые объекты ведут себя, в отличие от частиц классической физики, как неделимые. Фотон, при попадании в фотоэлемент, передаёт ему целиком свою энергию

$$\mathcal{E} = h\nu, \quad (73.1)$$

и весь импульс

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (73.2)$$

Здесь  $\nu$  – частота,  $\lambda$  – длина электромагнитной волны,  $h$  – постоянная Планка,  $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Электрон регистрируется целиком, как частица, обладающая зарядом, по абсолютной величине равным  $e = 1,6021892 \cdot 10^{-19}$  Кл, и массой, равной  $m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31}$  кг.

Понятие «неделимые» в квантовой физике означает, что ничего нельзя сказать определенного ни о внутренней структуре частиц, ни об их размерах, ни о процессах внутри квантовых частиц. Состояние каждого неподвижного, с точки зрения классической физики, или движущегося объекта описывается в квантовой механике волной. Напомним, что в классической физике волну представляют как распространение колебаний из одной области пространства в другую, т. е. как движение: при этом переносятся энергия колебаний, пропорциональная квадрату их амплитуды  $\mathcal{E} \sim A^2$ ; график волнового движения представляет собой совокупность следующих друг за другом впадин и выступов – и может, например, иметь вид синусоиды.

В квантовой физике математическая функция, описывающая волну-частицу, также может быть изображена в виде аналогичного графика. Однако квадрат абсолютного значения этой математической функции (называемой волновой функцией) в данной точке пространства определяет не энергию колебаний частицы (или области среды), а пропорционален вероятности нахождения кван-

тового объекта (фотона, электрона) в данной области. Точного положения частицы в данный момент не существует в принципе. С точки зрения квантовой физики уравнение (73.2) для импульса фотона также справедливо, но под  $\lambda$  должна подразумеваться длина волны де Бройля, длина «волны вероятностей», а не материальной волны, движущейся в какой-то среде.

**Не существует части фотона, а существует только целый фотон.** Нельзя представлять себе фотон как пространственно распределенный объект, различные «части» которого находятся в различных областях пространства.

Положение фотона в пространстве характеризуется размером области, в пределах которой вероятность его пребывания наибольшая и вероятность пребывания вне которой близка к нулю; размер этой области можно назвать неопределенностью координаты  $\Delta x$  фотона.

Сравним квантовые и классические представления о световом пучке. В квантовой физике световой пучок является **потоком фотонов**, движущихся всегда со скоростью света в вакууме. Фотон является объектом, который движется одновременно по всем лучам, из которых состоит пучок света. В классической физике световой пучок представляет собой **электромагнитную волну**, распространяющуюся в пустоте со скоростью света.

Представим, что на пути светового потока установлен фотоприемник, регистрирующий интенсивность света. При большой интенсивности электрический сигнал на выходе фотоприемника является постоянной и не меняющейся во времени величиной. Станем уменьшать интенсивность попадающего на фотоприемник света с помощью оптического поглощающего фильтра. При малой интенсивности света сигнал фотоприемника станет флуктуирующим – состоящим из отдельных коротких импульсов напряжения. Каждый импульс образуется в результате поглощения одного фотона.

Если следовать электромагнитной природе света, то в описанном выше эксперименте флуктуации наблюдаться не должны.

Таким образом, световой пучок – это поток фотонов, а не электромагнитная волна.

Представление об электромагнитной природе света не соответствует действительности, но этими представлениями удобно пользоваться по причине математически более простого описания взаимодействия света с веществом.

Укажем соответствия между некоторыми понятиями рассматриваемых моделей. Так вероятность нахождения фотона в данной области пространства пропорциональна квадрату напряженности  $E^2$  электрического поля электромагнитной волны в этой области; вдоль цуга электромагнитной волны напряженность электрического поля периодически изменяется от нулевого значения до максимального, что означает такие же изменения вероятности нахождения одного и того же фотона в пространстве; неопределенность координаты фотона в некото-

рой области светового пучка можно приравнять к поперечному сечению пучка.

В учебниках по квантовой физике приводится следующий пример, иллюстрирующий понятие о неопределенности координаты фотона. На расстоянии светового года от нас год назад возник фотон (в результате излучения атома) и распространяется в виде «цуга электромагнитных колебаний», имеющего форму шарового слоя. Достигнув Земли, шаровой слой имеет радиус, равный световому году, и неопределенность координаты фотона равна диаметру этого слоя. В фотоприемник на Земле фотон попадает целиком, однако довольно редко, в соответствии с малым значением вероятности его обнаружения в фотоприемнике (и малой напряженностью электрического поля волны в соответствии с волновой теорией света).

### Соотношения неопределенностей для фотонов

Немецкий физик В. Гейзенберг в 1927 г. показал, что микрочастица не может в один и тот же момент времени иметь определенное значение и координаты, и соответствующей компоненты импульса. Точная математическая формулировка этого утверждения для координаты  $x$  и компоненты импульса  $p_x$  по этой координате имеет следующий вид:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (73.3)$$

где  $\Delta x$  – неопределенность координаты  $x$  микрочастицы;  $\Delta p_x$  – неопределенность компоненты импульса  $p_x$  этой микрочастицы;  $\hbar$  – так же, как и  $h$ , называется постоянной Планка,  $\hbar = h/2\pi = 1,05459 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

Формула (73.3) называется соотношением неопределенностей для координаты  $x$  и компоненты импульса частицы  $p_x$ . Аналогичные соотношения справедливы и для координат  $y, z$  и компонент импульса  $p_y, p_z$ . В соотношениях неопределенностей проявляется корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц. К частице-волне применимы законы волновой оптики. В волновой оптике, ещё до создания квантовой теории, было известно соотношение между  $\Delta k$  – точностью определения волнового числа и  $\Delta x$  – длиной волнового цуга, то есть отрезка синусоидальной волны с неизменной в пределах отрезка амплитудой:

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 2\pi. \quad (73.4)$$

Как известно, волновое число  $k = 2\pi/\lambda$  есть модуль волнового вектора, характеризующего направление распространения волны. Тогда из формулы (73.2) следует, что

$$p = \frac{h}{2\pi} \cdot k = \hbar k, \quad k = 2\pi \frac{p}{h} = \frac{p}{\hbar}. \quad (73.5)$$

Подставив в формулу (73.4) выражение (73.5) для  $k$ , получим:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h, \quad (73.6)$$

что по порядку величины совпадает с формулой (73.3). Отличие от соотношений неопределенностей может быть объяснено тем, что реальный цуг волн, испускаемый атомом в виде фотона, имеет форму затухающего колебания.

Проверим справедливость соотношения неопределенностей для фотонов в следующем эксперименте.

Пусть на щель шириной  $a$  слева по оси  $y$  падает световой пучок с расходимостью  $\pm\varphi_0$  и длиной волны  $\lambda$ , создаваемый, например, лазерным источником (рис. 73.1). Расходимость светового потока означает, что импульс  $p$  фотона не направлен строго по оси  $y$ , имеет составляющую по оси  $x$ , неопределенность значения которой  $\Delta p_{0x}$  равна

$$\Delta p_{0x} = p \sin \varphi_0. \quad (73.7)$$

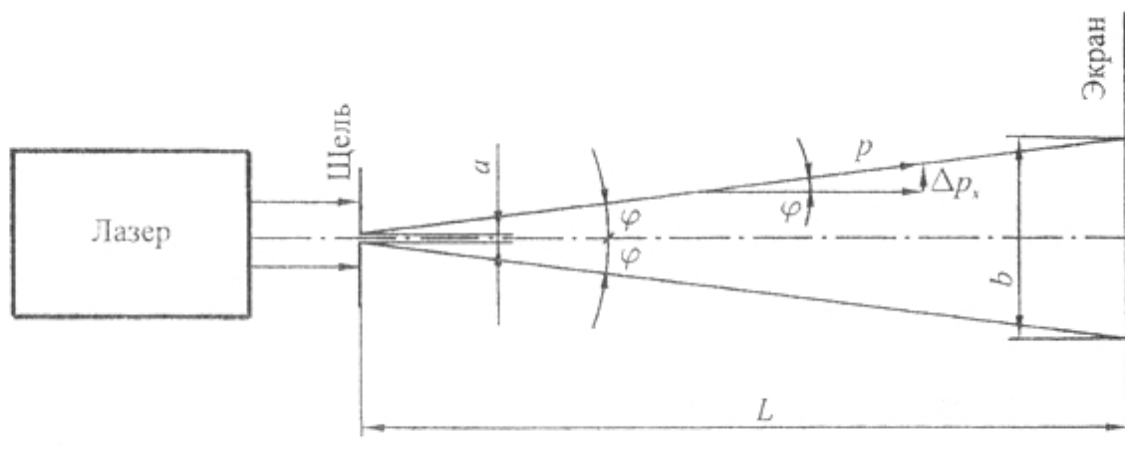


Рис. 73.1. Схема лабораторной установки

Соотношение неопределенностей для фотона до падения на экран со щелью запишем в виде:

$$\Delta x_0 \cdot \Delta p_{0x} \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (73.8)$$

где  $\Delta x_0$  – неопределенность координаты фотона до падения на экран.

Обычно лазерные источники генерируют световые пучки с расходимостью  $\varphi_0 \approx 5 \cdot 10^{-4}$  рад. Тогда, учитывая (73.7), можно оценить минимально возможную неопределенность координаты фотона по оси  $x$  при использовании излучения с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм:

$$\Delta x_0 \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_{0x}} = \frac{\hbar}{2p \sin \varphi_0} = \frac{\lambda}{4\pi \sin \varphi_0} = \frac{0,6}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \approx 100 \text{ мкм}. \quad (73.9)$$

Следовательно, диаметр светового пучка при расходимости  $\varphi_0 \approx 5 \cdot 10^{-4}$  рад не может быть меньше 100 мкм. Это значение имеет оценочный характер, так как соотношение неопределенностей (73.8) также оценочное. Промышленные лазеры с указанной выше расходимостью имеют на выходе диаметр пучка примерно 1–2 мм.

В расходящемся световом пучке поперечный размер пучка с удалением от источника увеличивается, что означает фактическое увеличение поперечного размера области, вероятность пребывания в которой фотона при удалении от источника не равна нулю; увеличивается значение неопределенности его координаты, но соотношение неопределенностей по прежнему выполняется, так как является неравенством.

При попадании фотона в щель на экране неопределенность поперечного положения фотона не может быть больше размера щели, если до щели была больше:

$$\Delta x \leq a, \quad (73.10)$$

а неопределенность проекции его импульса в щели на ось  $x$ :

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2a}. \quad (73.11)$$

Неопределенность направления  $\varphi$  движения фотона в щели можно найти из выражения (рис.73.1):

$$\sin \varphi = \frac{\Delta p_x}{p}. \quad (73.12)$$

Учитывая, что  $\Delta p_x \geq \hbar/(2a)$  и  $p = h/\lambda$ , получим:

$$\sin \varphi = \frac{\Delta p_x}{p} \geq \frac{\lambda}{4\pi a}. \quad (73.13)$$

Подставляя в это выражение значения, используемые в данной работе ( $\lambda \approx 0,6 \cdot 10^{-6}$  м,  $a \approx (10 \dots 50) \cdot 10^{-6}$  м), получим  $\varphi \geq 5 \cdot 10^{-3}$  рад, что существенно больше, чем в падающем на щель пучке света.

Изменение состояния движения фотона при прохождении щели вызвано влиянием щели. После выхода из щели состояние движения фотона до попадания фотона на второй экран не меняется, так как фотон движется свободно, не испытывая внешних воздействий, поэтому неопределенность значения его импульса сохраняется.

Если бы мы знали волновую функцию фотона, можно было бы определить вероятность попадания фотона в различные точки экрана. Соотношение неопределенностей позволяет определить только границы области на экране, куда может попасть фотон из светового пучка.

Фотон попадает на экран в пределах угловой области, задаваемой выражением (73.13), то есть задаваемой состоянием движения фотона в щели.

Таким образом, измеряя освещенную область на экране, мы исследуем состояние движения, которое фотон получил в щели.

Сравним полученную на основе представлений о корпускулярно-волновом дуализме и, исходя из соотношения неопределенностей, формулу (73.13) для расходимости потока фотонов с известным из волновой оптики выражением для дифракционной расходимости света, прошедшего через щель. Угловые координаты краев центрального максимума в дифракционной картине после щели равны:

$$\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{a}. \quad (73.14)$$

Формулы (73.13) и (73.14) с точностью до числового коэффициента совпадают. Можно сделать вывод, что, исследуя закономерности дифракции света на щели, можно проверить справедливость соотношения неопределенностей для фотона.

Выведем выражение, связывающее соотношение неопределенностей для фотона внутри щели с экспериментальными величинами, которые могут наблюдаться при выполнении опыта: подставим в (73.3) величины  $\Delta x = a$  и  $\Delta p_x = p \sin \varphi = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi$ . Можно получить:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{a \cdot h}{\lambda} \sin \varphi, \quad (73.15)$$

где  $\varphi$  – угловые координаты краев освещенной области на экране, куда могут попадать фотоны.

Из рис. 73.1 видно, что для случая малых углов  $\varphi$  и малости ширины щели  $a$  в сравнении с размером освещенного пятна на экране:

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \approx \frac{b}{2L}, \quad (73.16)$$

где  $b$  – ширина освещенного пятна на экране;  $L$  – расстояние от щели до экрана.

Окончательно получим:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{a \cdot h \cdot b}{2\lambda \cdot L}. \quad (73.17)$$

При выполнении работы на лабораторной установке необходимо проверить, соответствует ли экспериментальная величина, вычисляемая по (73.17), соотношению неопределенностей  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2}$ .

## V. Порядок выполнения работы

1. Установить лазер, рейтер со щелью и экран на оптической скамье. Включить лазер.

### ВНИМАНИЕ!

**ЗАПРЕЩАЕТСЯ СМОТРЕТЬ НА ЛАЗЕР ПРОТИВ ХОДА ЛУЧА.  
ЭТО ОПАСНО ДЛЯ ЗРЕНИЯ!**

2. На расстоянии 1,0–1,5 м от экрана установить рейтер со щелью. На экране появится дифракционная картина в виде освещённой полосы, содержащей дифракционные максимумы в виде светлых поперечных чёрточек; центральный максимум имеет ширину  $b$ .
3. Закрыть щель полностью, снять при этом отсчёт по шкале микроинта. Отсчёт сделать тщательно, принимая за начало отсчета момент полного закрытия щели (по исчезновению дифракционной картины на экране).
4. Медленно открывая щель, измерить зависимость ширины центрального максимума дифракционной картины  $b$  от ширины щели  $a$ . Измерения провести для 3-х значений  $a$  в диапазоне 10...50 мкм. Результаты занести в таблицу.
5. Измерить расстояние  $L$  от щели до экрана.
6. Выполнить п. 4 и п. 5 для трёх значений  $L$ .
7. Вычислить произведение  $\Delta x \cdot \Delta p_x$ , учитывая, что

$$\Delta x = a, \quad \Delta p_x = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{b}{2L}.$$

Результаты занести в таблицу (табл. 73.1).

Таблица 73.1

Таблица измерений

$L = \dots\dots\text{м}$				$L = \dots\dots\text{м}$				$L = \dots\dots\text{м}$			
$a$	$b$	$\Delta p_x$	$\Delta p_x \cdot \Delta x$	$a$	$b$	$\Delta p_x$	$\Delta p_x \cdot \Delta x$	$a$	$b$	$\Delta p_x$	$\Delta p_x \cdot \Delta x$
м	м	кг·м·с <sup>-1</sup>	Дж·с	м	м	кг·м·с <sup>-1</sup>	Дж·с	м	м	кг·м·с <sup>-1</sup>	Дж·с



8. Проверить справедливость соотношения неопределённостей (т. е. сравнить вычисленные произведения  $\Delta x \cdot \Delta p_x$ ) со значением (73.3). Сделать выводы о выполнении соотношения неопределённостей для фотонов.

## VI. Контрольные вопросы

1. Каким образом волновая функция задаёт положение квантового объекта в пространстве?
2. Чему равна неопределённость координаты квантового объекта, если его волновая функция – плоская монохроматическая волна? Чему равна в этом случае неопределённость импульса?
3. Выведите соотношение неопределённостей для фотонов, рассматривая дифракцию света на щели.
4. Выведите формулу для определения  $\Delta p_x$  в щели в данной лабораторной работе.
5. Почему электронный микроскоп может обеспечить более высокое разрешение, чем оптический микроскоп (сравнить неопределённость координат фотона и электрона)?
6. В чем заключается физический смысл соотношений неопределённостей?
7. Какое наилучшее пространственное разрешение может обеспечить световой поток с угловой расходимостью 0,1 рад при длине волны 0,5 мкм?