Лабораторная работа № 53

"ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА"

I. Цель работы

Определить собственный спектр частот закрепленной струны и его зависимость от силы натяжения.

2. Приборы и принадлежности

I. Звуковой генератор.

2. Закрепленная с двух концов струна.

3. Постоянный магнит.

4. Набор грузов или динамометр.

3. Подготовка к работе

По лекциям и приведенному списку литературы изучить следующие вопросы:

I. Волновой процесс, плоская волна, уравнение волны. Волновое уравнение.

2. Стоячая волна, уравнение стоячей волны.

3. Собственный спектр частот закрепленной на концах струны.

При подготовке к работе необходимо ответить на контрольные вопросы, приведенные в конце описания, ознакомиться с методикой выполнения работы.

Литература

I. САВЕЛЬЕВ И.В. Курс общей физики. 1970. т.I. §§ 77,78,80,84, 85 или 1978, т.2. §§ 93,94,96,99,100.

4. Метод измерений

В закрепленной с обеих концов натянутой струне при возбуждении поперечных колебаний определенной частоты устанавливаются стоячие волны. Определим зависимость частоты стоячих волн от силы натяжения струны.

В натянутой струне расстояние между атомами увеличивается, между соседними слоями вещества возникают силы, стремящиеся вернуть атомы в исходное состояние. Сила натяжения F_H - это упругая сила, возникающая в струне при ее продольном растяжении. При возникновении в струне стоячих поперечных волн струна приобретает вид синусоидальной кривой. Вектор силы натяжения $\vec{F}_H$ в каждой точке струны одинаков и направлен по касательной к струне. Рассмотрим элемент струны $d\ell$, заключенный между точками X и $X+dX$ (рис.3.I) оси X. В поперечных волнах колебания точек струны происходят вдоль оси y. Проекции силы F_H на ось y для концов элемента dl равны $F_H \sin\alpha(x)$ и $F_H \sin\alpha(x+dx)$. Так как амплитуды колеблющихся точек сравнительно с длиной струны малы, то малы углы $\alpha(x)$ и $\alpha(x+dx)$, поэтому синусы этих углов можно заменить тангенсами:

$$F_H \cdot \sin\alpha(x) \cong F_H \, tg\,\alpha(x) = F_H\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x$$

$$F_H \cdot \sin\alpha(x+dx) \cong F_H \, tg\,\alpha(x+dx) = F_H\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx}$$

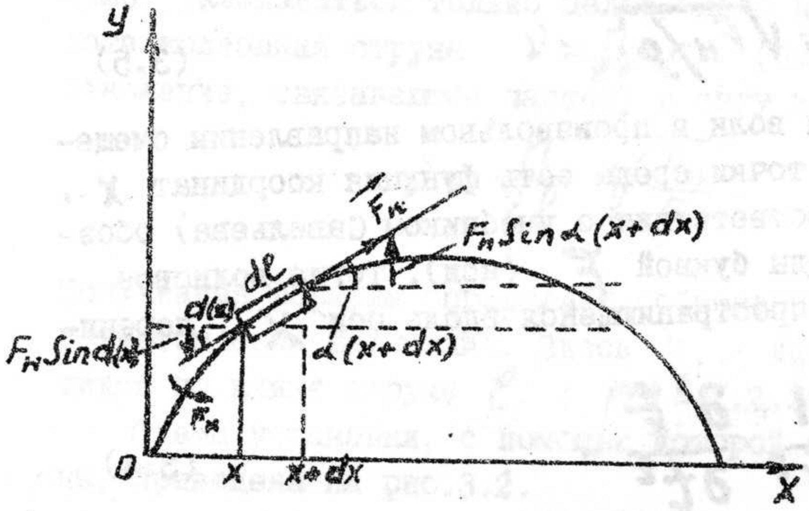

Рис.3.I

Разность вертикально направленных сил определяет ускорение $a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ участка струны dl. Массу этого участка выразим произведением $\rho \cdot dx$, где ρ – линейная плотность струны, т.е. величина, численно равная массе единицы длины струны $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta x}$.

Запишем II закон Ньютона для участка dx:

$$F_H\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} - F_H\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x = \rho dx \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (3.1)$$

Разделим левую и правую часть на F_H, получим:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x = \frac{\rho}{F_H} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (3.2)$$

Левая часть уравнения (3.2) представляет собой дифференциал функции $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)$, поэтому перепишем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) dx = \frac{\rho}{F_H} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (3.3)$$

Сокращая на dx, получаем:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{F_H} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \tag{3.3}$$

Обозначим $F_H/\rho = v^2$, перепишем уравнение (3.3):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \tag{3.4}$$

Соотношение (3.4) представляет собой волновое уравнение, в котором v – скорость распространения волны. Отсюда получаем:

$$v = \sqrt{F_H/\rho}. \tag{3.5}$$

В случае распространения волн в произвольном направлении смещение каждой колеблющейся точки среды есть функция координат x, y, z, поэтому (в соответствии с учебником Савельева) обозначим смещение точки среды буквой ξ (кси). Тогда волновое уравнение 3.4 волны, распространяющейся вдоль оси X, перепишем:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \tag{3.4}$$

Волну, распространяющуюся в упругой среде, называют бегущей волной. Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль оси X, имеет вид:

$$\xi = A_0 \cos(\omega t - kx), \tag{3.6}$$

где ξ – смещение частицы среды от положения равновесия в момент времени t, $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, X – координата колеблющейся частицы, ω – круговая частота колебаний.

Уравнение 3.6 является решением волнового уравнения 3.4.

Стоячая волна возникает при сложении двух волн – прямой(ξ_1) и обратной (ξ_2), уравнения которых определяются соотношениями:

$$\xi_1 = A_0 \cos(\omega t - kx) \tag{3.7}$$

$$\xi_2 = A_0 \cos(\omega t + kx). \tag{3.8}$$

Складывая соотношения 3.7 и 3.8, получаем уравнение стоячей волны:

$$\xi = 2A_0 \cos kx \cos \omega t. \qquad (3.9)$$

Амплитуда стоячей волны определяется выражением $A = 2A_0 \cos kx$ (3.10), зависящим от координаты колеблющейся точки X. Амплитуда стоячей волны меняется в пределах от $A_{max} = 2A_0$ в пучности стоячей волны до $A_{min} = 0$ в узле.

Так как на длине струны ℓ, закрепленной с двух концов, может укладываться только целое число полуволн ($\lambda/2$), то частота колебаний струны $\nu = \frac{n}{2\ell} v$ (см.4.1÷4.3). Получаем соотношение, связывающее частоту и силу натяжения струны:

$$\nu = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{F_H}{\rho}} \qquad (3.11)$$

Полученная формула определяет собственный спектр частот струны с учетом силы натяжения. Здесь n – число полуволн, укладывающихся по длине струны ℓ; n = 1,2,3,4 ...

Схема установки, с помощью которой получаются стоячие волны, приведена на рис.3.2.

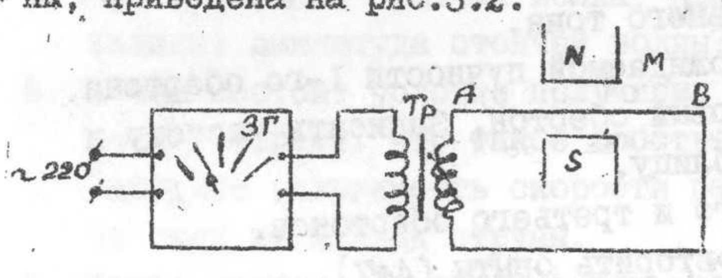

Рис.3.2

Струна АВ закреплена с двух сторон и натянута. К концам струны через понижающий трансформатор, подключенный к выходу источника – звукового генератора (ЗГ) – приложено переменное напряжение.

Вблизи средней части струны располагается постоянный магнит М. На проводник с током, находящийся в магнитном поле с индукцией В, действует сила Ампера $F_A = Bi\Delta\ell$

При изменении направления тока изменяется направление силы Ампера. Участок струны, расположенный между полюсами магнита, совершает вынужденные колебания. Частота колебаний равна частоте изменения тока. Частоту переменного напряжения звукового генератора и, следовательно, частоту тока можно плавно менять. Когда частота действия вынуждающей силы Ампера близка к одной из собственных частот струны, наступает резонанс, амплитуда колебаний резко возрастает, наблюдается основной тон, (n = I) или первый обертон (n = 2), или второй обертон (n = 3) и т.д.

Передвижением магнита вдоль струны достигается перемещение точки приложения силы. Амплитудные значения колебаний струны зависят от положения магнита: если магнит поместили в узел ожидаемой стоячей волны, то колебания не возникают; амплитуда колебаний максимальна при помещении магнита в пучность стоячей волны. Поэтому для получения того или иного обертона необходимо предварительно поместить магнит в том месте струны, где ожидается пучность данного обертона.

5. Порядок выполнения работы

I. Собрать схему согласно рис.3.2.
2. Рассчитать собственные частоты струны по формуле (3.II) в системе СИ для заданных преподавателем сил натяжения, записать их в таблицу ($\nu_{теор.}$).
3. Подвесить груз, создать одну из заданных сил натяжения.
4. Поставить магнит в середине струны.
5. Включить звуковой генератор. Вращая лимб частот ЗГ, получить основной тон колебаний. Записать в таблицу частоту и максимальную амплитуду основного тона.
6. Переместить магнит в место ожидаемой пучности I-го обертона, вращая лимб ЗГ, получить первый обертон. Записать частоту и максимальную амплитуду в таблицу.
7. Повторить пункт 6 для второго и третьего обертонов.
8. Изменить силу натяжения и повторить опыты (4÷7).
9. Сравнить теоретические и экспериментальные спектры.
IO. На одном и том же рисунке нарисовать струну для основного тона (и обертонов) с учетом значений их максимальных амплитуд для меньшей из сил натяжения. Масштабы по оси X и по оси У можно брать разные. Затем получить рисунок для большей силы натяжения. Сравнить полученные рисунки.

Контрольные вопросы

I. Что такое волна, длина волны, волновая поверхность, фронт волны?
2. Чем отличаются поперечные волны от продольных?
3. Выведите уравнение плоской волны, объясните смысл всех величин.

Таблица

$F_N =$				$F_H =$			
Спектр частот ν			Максимальная амплитуда	Спектр частот ν			Максимальная амплитуда
Тон $n = 1, 2 \ldots$	Теорет. $\nu_{теор}$	Экспер. $\nu_{эксп.}$		Тон	Теорет. ν	Экспер. ν	
Основной (n = I)				n = I			
Первый обертон (n = 2)				n = 2			
Второй обертон (n = 3)				n = 3			
Третий обертон (n = 4)				n = 4			

4. Выведите волновое уравнение, объясните его связь с уравнением волны.
5. Как возникает стоячая волна? Напишите ее уравнение, от чего зависит амплитуда стоячей волны? Что такое пучности и узлы?
6. В чем состоит условие получения стоячих волн в зажатой на концах струне? Что такое собственный спектр частот?
7. Выведите зависимость скорости распространения стоячей волны от силы натяжения струны.
8. Каков метод создания стоячих волн в данной работе?
9. Какова роль постоянного магнита в применяемой установке? Где нужно устанавливать магнит?