

ВВЕДЕНИЕ

В природе и технике распространены разнообразные колебательные движения, например, волнение моря, вибрации корпуса корабля, биение сердца, качания маятника часов, звук, радиоволны, свет, переменный ток и т.д. Все эти явления объединяет общее свойство — существование повторяемости во времени и пространстве определенных физических величин.

Различные по своей природе колебания (механические, электромагнитные и др.) обнаруживают много общего: подчиняются одним и тем же закономерностям, описываются одними и теми же уравнениями. Это позволило создать единую теорию колебаний.

В зависимости от характера внешних воздействий колебания могут быть свободными (предоставленными самим себе) или вынужденными, происходящими под влиянием внешних периодических воздействий. Наиболее простыми являются гармонические колебания, подчиняющиеся закону синуса или косинуса, имеющие постоянную амплитуду и частоту колебаний.

Лабораторная работа № 5I

"ИЗУЧЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА"

1. Цель работы. Определить ускорение силы тяжести с помощью физического маятника.

2. Приборы и принадлежности:

1. Физический маятник.

2. Секундомер.

3. Линейка.

4. Призма для определения центра тяжести.

3. Подготовка к работе.

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучить следующие вопросы:

1. Гармоническое колебательное движение материальной точки.

2. Понятия амплитуды, фазы, частоты, периода колебаний, упругой и квазиупругой силы.

3. Физический маятник. Приведенная длина физического маятника.

При подготовке к работе необходимо ответить на контрольные вопросы, приведенные в конце описания и ознакомиться с

методикой выполнения работы.

Литература

I. САВЕЛЬЕВ И.В. Курс общей физики. 1970. т. I, §§ 62, 67; 1978. т. I, §§ 53, 54.

4. Метод измерений.

Прежде чем производить измерения, рассмотрим основные понятия и законы движения физического маятника.

Физическим маятником называется абсолютно твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через его центр тяжести.

Рассмотрим действие силы тяжести на выведенный из положения равновесия физический маятник, имеющий массу m и отклоненный на малый угол φ (рис. I.1). Ось вращения проходит через точку O перпендикулярно рисунку. Центр масс маятника находится в точке C . На рисунке пунктиром изображена траектория движения центра масс при колебаниях маятника. Разложим силу тяжести \vec{P} на составляющие \vec{P}_τ и \vec{P}_n , одна из которых направлена по касательной к траектории (\vec{P}_τ), а другая (\vec{P}_n) — нормально к ней.

Нормальная составляющая \vec{P}_n уравновешивается реакцией опоры, составляющая \vec{P}_τ стремится вернуть маятник в положение равновесия.

Из рис. I.1 видно, что $P_\tau = P \sin \varphi$. Для случая малых углов колебаний $\sin \varphi \approx \varphi$, тогда

$$P_\tau = -mg\varphi. \quad (I.1)$$

Знак минус свидетельствует о том, что сила \vec{P}_τ направлена в сторону, противоположную положительному направлению углового смещения φ .

Сила \vec{P}_τ создает момент относительно оси O , направленный вдоль оси вращения:

$$M = -mg\varphi L, \quad (I.2)$$

где L — плечо силы \vec{P}_τ , m — общая масса маятника.

Физический маятник под влиянием момента \vec{M} приобретает угловое ускорение $\vec{\epsilon}$, рассчитываемое согласно основному за-

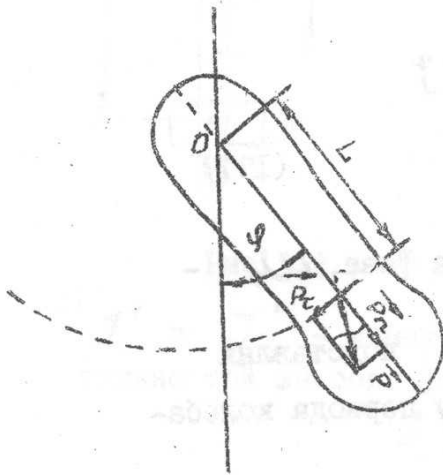


Рис. I.1

кону динамики вращательного движения по формуле:

$$\vec{\epsilon} = \vec{M}/J, \quad (I.3)$$

где $\epsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, а величина J представляет собой момент инерции физического маятника относительно оси вращения O .

Подставляя (I.2) в (I.3), получим:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{mgL}{J}\varphi. \quad (I.4)$$

Введем обозначение $\omega_0^2 = mgL/J$. (I.5)

Подставив (I.5) в (I.4), получаем дифференциальное уравнение движения физического маятника:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0. \quad (I.6)$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид [I]

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (I.7)$$

где φ_0 - амплитуда колебаний, α - начальная фаза, ω_0 - круговая частота.

Учитывая, что период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, подставляя значения ω_0 согласно (I.5), получаем формулу периода колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}} \quad \text{или} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L_{np}}{g}} \quad (I.8)$$

где $L_{np} = J/mL$ - (I.9)

приведенная длина физического маятника.

Сравнивая выражение для периода физического маятника (I.8) и периода математического маятника $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ [I], мы видим, что физический маятник колеблется с тем же периодом, что и математический, имеющий длину $\ell = L_{np}$. Отсюда, приведенной длиной физического маятника называется длина такого математического

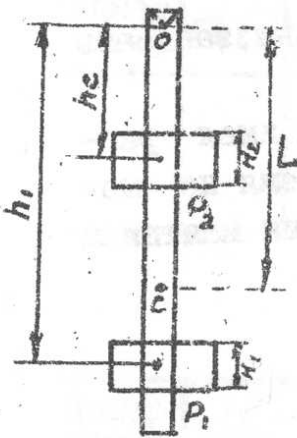
маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника.

Из выражения (I.8) можно определить ускорение силы тяжести

$$g = \frac{4\pi^2 L_{пр}}{T^2}, \quad (I.10)$$

если знать величины T и $L_{пр}$ физического маятника.

В данной работе физический маятник (рис. I.2) представляет собой цилиндрический стержень, вдоль которого можно перемещать и закреплять два груза весом P_1 и P_2 . Стержень опирается на призму O . Центр масс маятника находится в некоторой точке C , расположенной на расстоянии L от оси вращения.



Для нахождения приведенной длины маятника воспользуемся формулой (I.9). Момент инерции маятника равен сумме моментов инерции тел, составляющих его.

$$J = J_{см} + J_1' + J_2' + J_{пр}, \quad (I.11)$$

где $J_{см}$ - момент инерции стержня относительно оси вращения O :

$$J_{см} = 1,52 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (I.12)$$

J_1' и J_2' - моменты инерции первого и второго грузов, относительно той же оси. Согласно теореме Штейнера

$$\begin{aligned} J_1' &= J_1 + m_1 h_1^2 \\ J_2' &= J_2 + m_2 h_2^2, \end{aligned} \quad (I.13)$$

где m_1 и m_2 - массы первого и второго груза соответственно, h_1 и h_2 - расстояния от центров масс этих же грузов до оси вращения O ; J_1 и J_2 - моменты инерции соответствующих грузов относительно осей, параллельных оси вращения маятника и проходящих через центры грузов. Величины J_1 и J_2 определяются формулами:

$$J_1 = J_2 = 0,408 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Величина J_{np} в формуле (I.II) – момент инерции опорной призмы. Величиной J_{np} пренебрегаем, т.к. опорная призма имеет малую массу и расположена вблизи оси вращения.

5. Порядок выполнения работы.

1. Записать в таблицу I все известные параметры физического маятника.
2. Грузы P_1 и P_2 установить на стержне произвольно, записать в таблицу I значения h_1 и h_2 .
3. Отклонить маятник так, чтобы нижний конец стержня имел размах 6–8 см и, пользуясь секундомером, измерить время не менее 20 колебаний, вычислить период одного колебания маятника по формуле

$$T = t/N,$$

где t – время N колебаний.

4. Снять маятник с кронштейна и с помощью опорной призмы O_1 , расположенной на столе, определить центр масс маятника. Измерить расстояние L от центра масс до оси вращения O (рис. I.3).
5. Вычислить моменты инерции стержня J_{cm} , а также грузов J_1' и J_2' .
Ввиду того, что величины J_1 и J_2 в процессе опыта не меняются, а расчет их достаточно громоздок (формулы I.I4), взять для расчета значения $J_1 = 1,99 \cdot 10^{-3} \text{ кгм}^2$, $J_2 = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2$.
6. Вычислить приведенную длину физического маятника по формуле (I.9), а затем ускорение свободного падения, согласно соотношению (I.I0). В формуле (I.9) m – общая масса маятника с грузами.
7. Опыт провести не менее трех раз при разных положениях одного из грузов. Из полученных значений ускорения свободного падения определить среднеарифметическое g_{cp}

Данные измерения заносить в таблицу 1 и 2 в системе СИ.

Погрешность измерений величины g определять, как для прямых измерений. Сравнить с истинным значением g

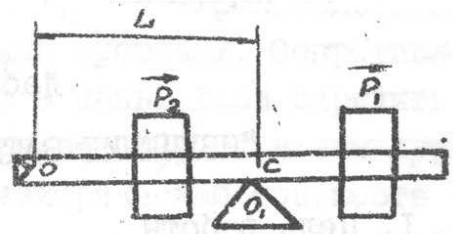


Рис. I.3

Таблица I

Номер измер.	m	h_1	h_2	N	t	T	L

Таблица 2

Номер измер.	$J_{\text{оп}}$	J_1'	J_2'	J	$L_{\text{пр}}$	g	Δg	$\frac{\Delta g}{g}$

ПРИМЕЧАНИЕ: Программированный расчет с использованием микрокалькулятора значительно облегчает вычисления в данной работе, поэтому после получения экспериментальных данных рекомендуется составить программу вычисления и перейти на программируемый расчет.

Контрольные вопросы

1. Что такое упругая и квазиупругая сила?
2. Составьте дифференциальные уравнения гармонических колебаний материальной точки и физического маятника, напишите их решения.
3. Что называется физическим маятником?
4. Чему равен период колебаний физического маятника?
5. Что такое приведенная длина физического маятника?
6. Каким образом определяется ускорение свободного падения в данной работе?