

## КОМПЬЮТЕРНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 5-К

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

#### *Цель работы*

Исследовать влияние температуры газа и массы молекулы на график функции распределения Максвелла. Найти зависимость наиболее вероятной скорости от температуры газа и массы молекулы.

#### *Приборы и принадлежности*

1. IBM - совместимый компьютер.

2. Программа "Maxwell".

Для запуска программы необходимо:

- включить компьютер;

- после загрузки системы запустить файл maxwell.exe.

После загрузки программы на экране появится заставка. Для продолжения выполнения программы нужно нажать клавишу "пробел". В дальнейшем следите за указаниями на экране дисплея.

#### *Подготовка к работе*

По лекциям и приведенному ниже списку литературы изучите следующие вопросы курса:

1. Некоторые понятия теории вероятности.

2. Распределение Максвелла.

#### *Вопросы для допуска*

1. Дайте определение функции распределения случайной величины. В чем заключается условие нормировки?

2. Запишите функцию распределения Максвелла. Для описания каких систем она применяется?

3. Что называется наиболее вероятной скоростью?

4. Как графически определить вероятность того, что молекула имеет скорость, заключенную в данном интервале?

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Абсолютное значение скорости молекулы идеального газа является случайной величиной. Случайная величина характеризуется функцией распределения вероятности, которую можно строить двумя путями. Во-первых, зафиксировать в данный момент скорости всех молекул, разбить весь интервал скоростей на участки  $\Delta V$ , подсчитать число молекул, попавших в данный интервал,  $\Delta N_v$  и найти функцию плотности вероятности

$$f(V) \equiv \frac{\Delta N_v}{N_v \Delta V} \quad (1)$$

где  $N$  - полное число молекул.

Тогда

$$\frac{\Delta N_v}{N} = f(V) \Delta V \quad (2)$$

представляет собой относительное число молекул, имеющих скорость в данном интервале.

Во-вторых, можно следить за одной молекулой, фиксировать все значения ее скорости и проделать ту же обработку. Тогда формула (2) будет представлять собой вероятность того, что молекула имеет скорость, заключенную в интервале скоростей от  $V$  до  $(V + \Delta V)$ . Если интервал  $\Delta V$  мал, то приблизительно эту вероятность можно вычислить с помощью графика как площадь прямоугольника с основанием  $\Delta V$  и высотой  $f(V)$ .

Основной характеристикой случайной величины является функция распределения. Для молекул идеального газа вид функции плотности распределения по скоростям впервые найден Максвеллом. Функция распределения Максвелла имеет вид:

$$f(V) = 4 \pi \left[ \frac{m}{2 \pi k T} \right]^{3/2} \cdot V^2 e^{-\frac{mV^2}{2kT}} \quad (3)$$

где  $V$  - скорость молекулы;  
 $m$  - масса молекулы;  
 $T$  - абсолютная температура;  
 $k$  - постоянная Больцмана;  
 $e$  - основание натуральных логарифмов.

Функция (3) представляет собой кривую с максимумом, который приходится на значение скорости, называемой наиболее вероятной -  $V_B$ .

### МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ

Предположим, что зависимость наиболее вероятной скорости  $V_B$  от температуры  $T$  носит степенной характер и может быть при фиксированной массе  $m$  представлена в виде:

$$V_B = A T^n,$$

где  $A$  - константа,  $n$  - показатель степени, который нужно найти. Прологарифмируем обе части этого уравнения:

$$\ln V_B = \ln A + n \ln T.$$

Произведем замену переменных:

$$y = \ln V_B \quad ; \quad x = \ln T.$$

Тогда график функций  $y = b + nx$  (где  $b = \ln A$ ) будет представлять собой прямую линию. тангенс угла наклона которой к оси абсцисс равен искомому показателю степени  $n$ .

Аналогичным образом можно искать зависимость наиболее вероятной скорости  $V_B$  от массы молекулы  $m$  газа при фиксированной температуре  $T$ .

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

**ЗАДАНИЕ 1.** Найти вид зависимости наиболее вероятной скорости от температуры. В предположении, что эта зависимость имеет вид:

$$V_B = AT^n, \quad (4)$$

определить показатель степени  $n$ .

1. Введите массу молекулы в атомных единицах ( $1 < M < 200$ ).
  2. Введите 4 различных значения температуры ( $100 < T < 2000$ ).
- Не рекомендуется вводить одинаковые или близкие значения температуры, иначе графики будут сливаться.

3. С каждого графика снимите значения наиболее вероятной скорости  $V_B$  и  $f(V_B)$  - максимальное значение функции распределения. Результаты занесите в таблицу 1.

Таблица 1

N п/п	T	M	$V_B$	$f(V_B)$	$\ln V_B$	$\ln T$
1						
2						
3						
4						

### Обработка результатов

Постройте график зависимости  $\ln V_B$  от  $\ln T$ , найдите тангенс угла наклона  $n$  этой прямой к оси абсцисс как отношение приращения величины логарифма  $V_B$  к приращению логарифма  $T$ , т.е. по формуле:

$$n = \frac{\Delta \ln V_B}{\Delta \ln T}$$

Напишите теоретическую формулу для наиболее вероятной скорости, представьте ее в виде (4), сравните теоретический показатель степени с найденным по графику и сделайте выводы.

**ЗАДАНИЕ N 2.** Найти вид зависимости наиболее вероятной скорости от массы молекулы. В предположении, что эта зависимость имеет вид:

$$V_B = VM^L, \quad (5)$$

определите  $L$  - показатель степени.

1. Введите температуру газа ( $100 < T < 2000$ ).

2. Введите 4 различных значения массы молекулы газа в атомных единицах ( $1 < M < 200$ ).

С каждого графика снимите значение наиболее вероятной скорости  $V_B$  и максимальное значение функции распределения  $f(V_B)$ .

Результаты занесите в таблицу 2.

Таблица 2

N п/п	M	T	$V_B$	$f(V_B)$	$\ln V_B$	$\ln M$
1						
2						
3						
4						

### Обработка результатов

Постройте график зависимости  $\ln V_B$  от  $\ln M$ . Найдите тангенс угла наклона  $L$  этой прямой к оси абсцисс (аналогично заданию 1), который равен искомому показателю степени. Напишите теоретическую формулу для наиболее вероятной скорости, представьте ее в виде (5), сравните теоретический показатель степени с найденным из графика, сделайте выводы.

### ВОПРОСЫ К ЗАЩИТЕ

1. Используя формулу распределения Максвелла, получите выражение для наиболее вероятной скорости и сравните с полученной Вами "экспериментальной" зависимостью.

2. Получите теоретическое выражение максимума функции распределения, подставив в функцию распределения Максвелла теоретическое выражение для  $V_B$ . Как изменяется максимум функции распределения:

- а) при повышении температуры?
- б) с увеличением массы молекулы газа?

Сравните теоретическое значение с Вашими вычислениями.

3. Найдите теоретически и из Ваших вычислений, чему равна вероятность того, что молекула имеет скорость, отличающуюся на 0,05 % от наиболее вероятной скорости? (используйте формулу (5)).

4. Чему равна вероятность того, что молекула имеет скорость в интервале от 0 до бесконечности?

5. Чему равна вероятность того, что молекула имеет скорость в интервале от  $V_1$  до  $V_2$ ? Значения  $V_1$  и  $V_2$  указывает преподаватель.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс физики, М.: Наука, 1989. - т. 1. - С. 250-262.

2. Квантовая и статистическая физика. Методические разработки для лабораторных работ по курсу физики / Дикусар Л. Д., Тюшев А. Н., Федченко В. И. - Новосибирск: НИИГАиК, 1990. - С. 5-15.